MATRIZES E DETERMINANTES

MATRIZ

Uma tabela de notas

Aluno	1º. Bi	2º. Bi	3º. Bi	4º. Bi
A	40	50	70	80
B	60	65	58	60
C	80	85	90	100
D	100	80	50	20

MATRIZ

$$N = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

Linhas e colunas

$$\begin{array}{cl} \begin{pmatrix} 40 & 50 & 70 & 80 \\ 60 & 65 & 58 & 60 \\ 80 & 85 & 90 & 100 \\ 100 & 80 & 50 & 20 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} 1^{a}.\ \text{linha} \\ 2^{a}.\ \text{linha} \\ 3^{a}.\ \text{linha} \\ 4^{a}.\ \text{linha} \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 40 & 50 & 70 & 80 \\ 60 & 65 & 58 & 60 \\ 80 & 85 & 90 & 100 \\ 100 & 80 & 50 & 20 \end{pmatrix} \\ \begin{array}{cccc} 1^{a}.\ \text{coluna} & 2^{a}.\ \text{coluna} & 3^{a}.\ \text{coluna} & 4^{a}.\ \text{coluna} \end{array} \end{array}$$

Definição

- Uma **matriz** m x n (lê-se: “m por n”) é uma tabela com m . n elementos dispostos em m linhas e n colunas.

Exemplos

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}$$ Matriz do tipo 3x1 Matriz coluna

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & \sqrt{2} & -3 \end{pmatrix}$$ Matriz do tipo 1x4 Matriz linha

$$\begin{pmatrix} 2 & 7 & 9 \\ 6 & -2 & 4 \\ -1 & 0 & 20 \end{pmatrix}$$ Matriz do tipo 3x3

Matriz genérica

$$B = \begin{pmatrix} 40 & 50 & 70 & 30 \\ 60 & 65 & 58 & 62 \\ 80 & 85 & 90 & 99 \\ 100 & 86 & 50 & 20 \end{pmatrix}$$

65 – elemento da 2ª linha e 2ª. coluna b_{22}

100 – elemento da 4ª linha e 1ª. coluna b_{41}

30 – elemento da 1ª linha e 4ª. coluna b_{41}

Matriz genérica

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\ x\ n}$$

1. Determine, em seu caderno, o tipo das matrizes abaixo:

a) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$ 1×3

b) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$ 3×1

c) $\begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 & -1 & \frac{1}{2} \\ 5 & 3 & \sqrt{3} & 0 \\ |-2| & 9 & \frac{3}{4} & -8 \end{pmatrix}$ 3×4

d) $\begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$ 2×1

e) $\begin{pmatrix} 7 & 10 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ 2×2

f) $\begin{pmatrix} 2 & 7 & \sqrt{5} & \frac{1}{3} \\ x & -5 & 8 & 1 \\ -1 & 0 & x & 1 \\ -4 & \sqrt{2} & 6 & 7 \end{pmatrix}$ 4×4

g) $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -2 \\ -\frac{2}{3} & \frac{3}{2} \\ \frac{3}{4} & -\frac{4}{3} \\ -\frac{4}{5} & \frac{5}{4} \end{pmatrix}$ 4×2

2. $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

2. Escreva, no caderno, a matriz 3×2 na qual $a_{12} = 5$, $a_{31} = 7$, $a_{11} = a_{22} = 1$ e os demais elementos sejam nulos.

3. Escreva a matriz $A = (a_{ij})_{3 \times 4}$ na qual $a_{ij} = 3i + 2j$.

4. No caderno, escreva a matriz $B = (b_{ij})_{3 \times 2}$ em que:

$$b_{ij} = \begin{cases} i^2 - 1, \text{ para } i = j \\ 3j, \text{ para } i \neq j \end{cases} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 3 & 3 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

5. Escreva a matriz $C = (c_{ij})_{2 \times 4}$ em que $c_{ij} = i^3 - j^2$.

6. Determine o elemento b_{22} na matriz $B = (b_{ij})_{3 \times 2}$ na qual $b_{ij} = 3i - j^2$. 2

7 Identifique os elementos de A em que $i = j$ ou $i + j = 4$ e escreva-os em seu caderno.

$$A = (a_{ij})_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} |-6| & 0 & 3 \\ 8 & 7 & |-4| \\ -7 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

8. Identifique os elementos das matrizes em que $ij = i^j$

a) $\begin{pmatrix} 0 & -\frac{2}{3} & 4 \\ 77 & \sqrt{3} & 9 \\ -4 & 10 & 1 \end{pmatrix}$ $a_{11} = 0,\ a_{21} = 77,$ $a_{22} = \sqrt{3},\ a_{31} = -4$

b) $(-1 \quad 0 \quad 3 \quad 5)$ $a_1 = -1$

9. Elabore uma lei de formação que represente os elementos da seguinte matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 16 \\ 3 & 9 & 27 & 81 \end{pmatrix}$$

Resposta possível: $A = (a_{ij})_{3 \times 4}$, em que $a_{ij} = i^j$

Igualdade entre matrizes

- Determinar os valores de x e y que tornam as matrizes A e B iguais:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & x+1 & 1 \\ 3 & 5 & y-2 \\ |x| & 0 & 6 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 1 \\ 3 & 5 & 9 \\ 4 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

$$x+1=7 \quad \Rightarrow x=6$$

$$|x|=4 \Rightarrow x=4 \ ou \ x=-4$$

$$y-2=9 \Rightarrow y-2=9$$

10. Considere as matrizes: $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $(1\ 3\ 4\ 7\ 0)$

Elas são iguais? Por quê? Não. A 1ª é matriz coluna e a 2ª matriz linha.

11. Dada a igualdade matricial $(2\ \ x\ \ 5) = (y\ \ 3\ \ z)$, encontre os valores de x, y e z e registre-os em seu caderno.

$x = 3$, $y = 2$ e $z = 5$

12. Determine os valores de x e y, sabendo que:

- $A = (a_{ij})_{3 \times 2}$ em que: $a_{ij} = -i + 7j$
- $A = \begin{pmatrix} 2x & 13 \\ x - 2y & 12 \\ 4 & x^2 + 2 \end{pmatrix}$

$x = 3$
$y = -1$

13. Determine a, b, c e d para que as matrizes

$\begin{pmatrix} a + 2b & 3c - 2d \\ -a + 3b & -2c + d \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 8 & -1 \end{pmatrix}$ sejam iguais.