DETERMINANTES DE UMA MATRIZ

Ordem maior ou igual a 2

Cofator de uma matriz

- Cofator do elemento a_{21}
- notação: A_{21}

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 5 \end{vmatrix}$$

$$(-1)^{3} \cdot 10 \ = -10$$

Cofator do elemento a_{ij} de A é o número real $A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot D_{ij}$, onde D_{ij} é o determinante obtido da matriz A quando se eliminam a linha e a coluna que contêm o elemento a_{ij}.

Teorema de Laplace – determinantes de matrizes de ordem maior ou igual a 2

O determinante de uma matriz A, de ordem ≥ 2, é a soma dos produtos dos elementos de uma fila qualquer (linha ou coluna) pelos respectivos cofatores

$$A = \begin{pmatrix} \boxed{1 \quad 2 \quad -3 \quad 0} \\ 3 & -2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ -3 & 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$detA = 1 \cdot A_{11} + 2 \cdot A_{12} - 3 \cdot A_{13} + 0 \cdot A_{14}$$

Determinante da matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ -3 & 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$1 \cdot A_{11} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} -2 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 37 = 37$$

$$2 \cdot A_{12} = 2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 0 & -1 & 2 \\ -3 & 4 & 1 \end{vmatrix} = (-2) \cdot (-48) = 96$$

$$(-3) \cdot A_{13} = (-3) \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (-3) \cdot 30 = -90$$

$$0 \cdot A_{13} = 0$$

$$\det(A) = 37 + 96 - 90 = 43$$

84. Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & x^2 \\ 2x & 4 \end{pmatrix}$, obtenha o valor de x para que $A_{12} = 16$. −8

85. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

a) Sabendo que $a_{11} \cdot A_{11} + a_{12} \cdot A_{12} = 0$, escreva em seu caderno qual deve ser a relação entre a, b, c e d. $ad = bc$

b) Utilizando o resultado obtido no item anterior, escreva no seu caderno uma matriz B de ordem 2, de forma que $\det B = 0$.

86. Aplicando o teorema de Laplace, calcule em seu caderno:

a) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & -1 & -2 \\ 4 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ −5 **b)** $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 3 \\ 5 & 4 & 1 \end{vmatrix}$ 38

87. Usando a fila com a maior quantidade de zeros, calcule no caderno:

a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 & 1 \end{vmatrix}$ −8 **b)** $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 0 \end{vmatrix}$ 66

88. Dadas as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

calcule em seu caderno:

$\det A - \det A^t + \det B - \det B^t$ 0

89. Aplicando o teorema de Laplace, calcule:

a) $\begin{vmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & z \end{vmatrix}$ xyz

b) $\begin{vmatrix} a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e \end{vmatrix}$ $abcde$

90. Em seu caderno, resolva a equação:

$$\begin{vmatrix} x^2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{vmatrix} = 240$$ $S = \{-2, 2\}$

Regra de Chió – determinantes de matrizes de ordem maior ou igual a 2

Dada uma matriz A de ordem n, aplicando a regra de Chió, obtém-se um determinante de ordem n-1 com valor igual ao do determinante de A.

Para aplicar a regra, é necessário que a matriz tenha pelo menos um dos seus elementos igual a 1.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ -3 & 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$detA = \begin{vmatrix} \boxed{1} & \boxed{2 \quad -3 \quad 0} \\ 3 & -2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ -3 & 0 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

1. pivô

2. Eliminar linha e coluna a que pertence o pivô

$$detA = \begin{vmatrix} -2-6 & 1-(-9) & 5-(0) \\ 1-0 & -1-0 & 2-0 \\ 0-(-6) & 4-(9) & 1-(0) \end{vmatrix}$$

$$detA = \begin{vmatrix} -8 & 10 & 5 \\ 1 & -1 & 2 \\ 6 & -5 & 1 \end{vmatrix}$$

$detA = 8 - 25 + 120 + 30 - 80 - 10$

$detA = 43$